



PROGETTO DI ALTERNANZA
SCUOLA 
LAVORO



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA



Liceo Scientifico "Tullio Levi Civita" di Roma

<https://www.levicivita.edu.it/>



Introduzione alle misure con smartphone: esperienza di misura dell'accelerazione gravitazionale g con l'uso di un pendolo semplice

Docente Tutor Esterno:
Davide Pinci <davide.pinci@roma1.infn.it>

Docente Interno:
Franca Donato

Tecnico di Laboratorio:
Anna Maria Verneti

Borsista Università Sapienza Tutor Esterno:
Samuele Gentili

Alunni:
Sara Tamburo, Luca Marfella: classe 4°B
Martina Sonaglia, Leonardo Rotondi, Marta Palmieri: classe 3°A
Gabriele Graziani: 3°B
Gabriele Fraschetti, Daniele Alivernini, Gaia Baroni, Simone Maini, Valeria Evangelisti, Andrea Bigetti: classe 3°H

L'attività svolta, di supporto al progetto (nell'ambito dei PCTO) "LAB2GO": aiuto alla diffusione della pratica laboratoriale nella scuola" ha permesso di realizzare un'esperienza di fisica per la misura di g con l'uso di uno smartphone e la produzione della relativa scheda didattica.

A causa delle attuali restrizioni dovute al COVID e delle conseguenti regole le varie fasi dell'attività sono state svolte online.

Durante gli incontri collettivi con i tutor, di cadenza settimanale, sono stati concordati e discussi: procedure, problematiche e risultati ottenuti nella realizzazione dell'esperienza.

I ragazzi, lavorando a distanza e divisi in piccoli gruppi, hanno realizzato l'esperienza e prodotto la scheda didattica (relazione), seguendo le seguenti fasi:

1. Realizzazione di un pendolo semplice con l'uso di oggetti comuni;
2. 'Conoscenza' del sensore di prossimità dello smartphone, con uso e messa a punto dell'apparato sperimentale, per misure dei tempi di oscillazione del pendolo semplice;
3. Misure per verificare la dipendenza di T in relazione alla lunghezza L del pendolo;
4. Determinazione di g attraverso diversi metodi di elaborazione dei dati;
5. Discussioni riguardo ai pro e contro delle diverse metodologie usate;
6. Progettazione e realizzazione della relazione di laboratorio.

MISURAZIONE DI g TRAMITE UN PENDOLO SEMPLICE

La forza-peso è la forza di gravità con cui un corpo è attratto dalla Terra quando è posto vicino alla superficie terrestre. Poiché la distanza tra un corpo di massa m e il centro della Terra è uguale al raggio terrestre R_T , il modulo della forza-peso F_P è dato da:

$$F_P = \frac{GmM_T}{R_T^2}$$

La formula può essere riscritta in modo da mettere in evidenza la massa m del corpo che risente dell'attrazione gravitazionale:

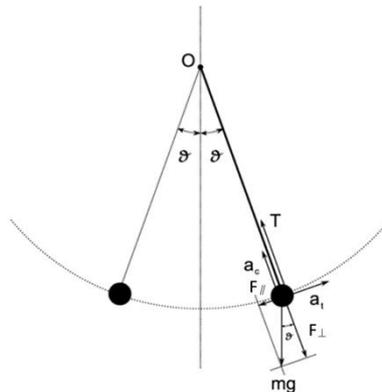
$$F_P = m \left(\frac{GM_T}{R_T^2} \right)$$

Poiché il modulo di F_P della forza-peso è dato dal prodotto tra la massa m e l'accelerazione di gravità g , dall'equazione si ricava che la quantità tra parentesi è uguale a g :

$$g = \frac{GM_T}{R_T^2}$$

Quindi g dipende sia dalla massa sia dal raggio della Terra, per questo motivo l'accelerazione di gravità varia leggermente da un punto all'altro della superficie terrestre (ai poli è maggiore mentre all'Equatore è minore).

Introduciamo ora l'esperimento in questione: calcolare l'accelerazione di gravità attraverso l'utilizzo di un pendolo semplice.



Iniziamo ricavando il periodo T con la seguente dimostrazione:

L'accelerazione totale della massa m del pendolo è la somma di un vettore componente $a_t = \frac{F_{||}}{m}$, tangente alla traiettoria, e dell'accelerazione centripeta $a_c = \frac{T+F_{\perp}}{m}$.

Essendo la pulsazione del pendolo equivalente a quella di un moto armonico:

$$\omega = \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Ricaviamo quindi che:

$$-\omega^2 = -\frac{g}{l}$$

Quindi sapendo che l'accelerazione tangenziale a_t della massa m è:

$$a_t = \frac{F_{\parallel}}{m} = -\frac{1}{m} \cdot \frac{mg}{l} \cdot s = -\frac{g}{l} \cdot s$$

Da qui:

$$a_t = \omega s \quad \text{⑦} \quad a_t = \frac{2\pi}{T} \cdot s \quad \text{⑦} \quad T = 2\pi \frac{s}{a_t} \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Da qui ricaviamo la formula inversa per poter calcolare il valore di g attraverso l'utilizzo di un pendolo semplice:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

DESCRIZIONE ESPERIMENTO

Scopo: calcolare il valore dell'accelerazione di gravità;

Strumenti ed attrezzature necessarie: piccola massa, filo inestensibile, smartphone con sensore di prossimità o Arduino, metro;

	MASSA	PESO MASSA	FILO	RANGE LUNGHEZZA DEL FILO	METRO	SENSIBILITÀ METRO	LOCAZIONE	APP	IMMAGINE
SET-UP 1	Pallina da tennis	65,0 g	Spago	0,20 m - 1,50 m	Fettuccia	1,0 mm	Grata	Phyphox	
SET-UP 2	Pallina di plastica dura	40,0 g	Filo da cucito	0,80 m - 1,50 m	Fettuccia	1,0 mm	Mensola	Phyphox	

	MASSA	PESO MASSA	FILO	RANGE LUNGHEZZA DEL FILO	METRO	SENSIBILITÀ METRO	LOCAZIONE	APP	IMMAGINE
SET-UP 3	Pallina di natale	45,0 g	Filo di nylon	0,20 m - 1,00 m	Fettuccia	1,0 mm	Lampada	Phyphox	
SET-UP 4	Pesetto in zinco	55,3 g	Spago	0,77 m - 2,18 m	Fettuccia e calibro	1,0 mm (fettuccia), 0,1 mm (calibro)	Mobile	Physics Toolbox Suite	

APPLICAZIONI UTILIZZATE

- **Physics Toolbox Suite**

L'app utilizza i vari sensori presenti nel dispositivo per la raccolta di dati. È possibile misurare le varie grandezze ricevendo dati e i relativi grafici (spazio-tempo, velocità-tempo, etc.) in tempo reale.

I file dei dati raccolti, salvati in formato CSV, possono essere rinominati ed esportati via email o altre modalità di condivisione. Dopodiché è possibile riaprire i file tramite programmi specifici (Excel, Fogli Google, etc.).

Per determinare il valore di g si accede al menu dell'applicazione e nella categoria "Luce" si seleziona "Prossimità". A questo punto, si entra nella modalità pendolo, e si attiva la registrazione dei dati.

- **Phyphox**

L'app utilizza i vari sensori presenti nel dispositivo per la raccolta di dati. È possibile misurare le varie grandezze ricevendo dati e i relativi grafici (spazio-tempo, velocità-tempo, etc.) in tempo reale.

I file dei dati raccolti, salvati in formato CSV o Excel, possono essere rinominati ed esportati via email o altre modalità di condivisione. Dopodiché è possibile riaprire i file tramite programmi specifici (Excel, Fogli Google, etc.).

Per determinare il valore di g abbiamo utilizzato questa app in due diversi modi:

1. utilizzando la funzione *pendolo*, che sfrutta il giroscopio, l'app capta il movimento della massa e ne determina il periodo di oscillazione T e così, inserendo la lunghezza del pendolo, verrà automaticamente calcolato il valore di g ;
2. utilizzando invece la funzione *cronometro di prossimità*, che sfrutta il sensore di prossimità del dispositivo, si ottiene il tempo con cui la massa si allontana o si avvicina al sensore (semiperiodo).

Sensore di prossimità

Il sensore di prossimità è un dispositivo in grado di emettere e ricevere onde. Attivato il sensore, viene emessa un'onda e, nel momento in cui incontra un ostacolo, per effetto del ritorno dell'eco delle onde, ritorna verso il sensore stesso. A seconda dell'intensità si può capire a che distanza l'ostacolo si trovi.

Esistono diverse tipologie di sensori di prossimità:

- Sensori di prossimità ottici (utilizzo di un fascio di luce infrarossa)
- Sensori di prossimità induttivi (utilizzo della riluttanza, fenomeno derivato dalle onde elettromagnetiche)
- Sensori di prossimità magnetici (utilizzo dell'effetto Hall, fenomeno derivato dalle onde elettromagnetiche)
- Sensori di prossimità capacitivi (utilizzo del campo elettrico, sviluppato da un condensatore)
- Sensori di prossimità ad ultrasuoni (utilizzo di ultrasuoni)

Il sensore di prossimità negli smartphone è solitamente localizzato nella parte superiore. È utilizzato durante le chiamate quando il dispositivo viene avvicinato all'orecchio e lo schermo di oscura per evitare che si attivi il touchscreen involontariamente.

In questo esperimento verrà utilizzato per captare il passaggio del grave al di sopra del dispositivo (il quale deve essere ben posizionato nel punto di minimo della traiettoria del pendolo).

Giroscopio

Il sensore utilizzato dallo smartphone nella sezione *pendolo* di Phyphox è il giroscopio. Questo sensore misura l'inclinazione del dispositivo permettendo il calcolo di g .

DESCRIZIONE FASI ESPERIMENTO

Fase 1: Preparazione pendolo

Per prima cosa è necessario costruire il proprio pendolo fissando un'estremità del filo (inestensibile) e aggiungendo all'altra estremità la massa selezionata. Il telefono, o dispositivo, viene posizionato inferiormente alla massa, in modo tale che il sensore di prossimità possa trovarsi in corrispondenza del grave posto all'estremità inferiore del filo.

Fase 2: Inizio raccolta misure

Spostare la massa di un angolo a scelta, tenerla ferma e, dopo aver attivato il dispositivo, rilasciare il grave in modo tale che il dispositivo possa iniziare ad effettuare le misurazioni dei tempi del passaggio del grave sopra il sensore ovvero i semiperiodi ($T/2$).

Fase 3: Raccolta misure

Dopo aver effettuato le necessarie misurazioni fermare il sistema pendolo. A questo punto è possibile condividere i dati registrati grazie alle applicazioni utilizzate.

Fase 4: Tabella con misure effettuate

Dopo l'analisi ed il trasferimento dei dati si procede con il calcolo del valore di g . Quindi riportiamo, in un qualsiasi foglio di calcolo, in più colonne: la lunghezza del pendolo usato, il numero degli eventi, i semiperiodi e periodi. A questo punto nell'ultima colonna inseriamo la formula per il calcolo di g ed il programma darà autonomamente il valore dell'accelerazione di gravità. Di seguito è riportata una riga della tabella dati come esempio:

LUNGHEZZA (m)	EVENTO	SEMIPERODO (s)	PERIODO (s)	VALORE DI g (m/s^2)
0,45	1	0,67	1,34	9,81

ESPERIMENTO 1 - Misura di g a fissata lunghezza L del pendolo

Per cominciare e prendere dimestichezza con l'app cerchiamo di calcolare il valore di g con un filo di lunghezza L . Dopo aver registrato le misurazioni ed averle riportate su un foglio di calcolo, abbiamo ottenuto il valore di g . Dai dati qui sotto riportati possiamo osservare risultati accettabili, nonostante non raggiungano il perfetto valore dell'accelerazione di gravità.

Questi sono alcuni dei dati che abbiamo ottenuto:

LUNGHEZZA (m)	EVENTO	SEMIPERODO (s)	PERIODO (s)	VALORE DI g (m/s^2)
0,45	1	0,67	1,34	9,82
	2	0,68	1,36	9,59
	3	0,68	1,35	9,71
	4	0,65	1,30	10,57
	5	0,67	1,34	9,85
	6	0,68	1,35	9,68
	7	0,65	1,31	10,40
	8	0,65	1,30	10,47
	9	0,67	1,34	9,82
	10	0,68	1,35	9,68

ESPERIMENTO 2 - Misura della stabilità del periodo in funzione delle oscillazioni

Per ogni lunghezza fissata L , ci siamo posti il problema di capire quanti eventi misurare, per poter determinare un valore medio del periodo T di oscillazione del pendolo, corrispondente a tale L .

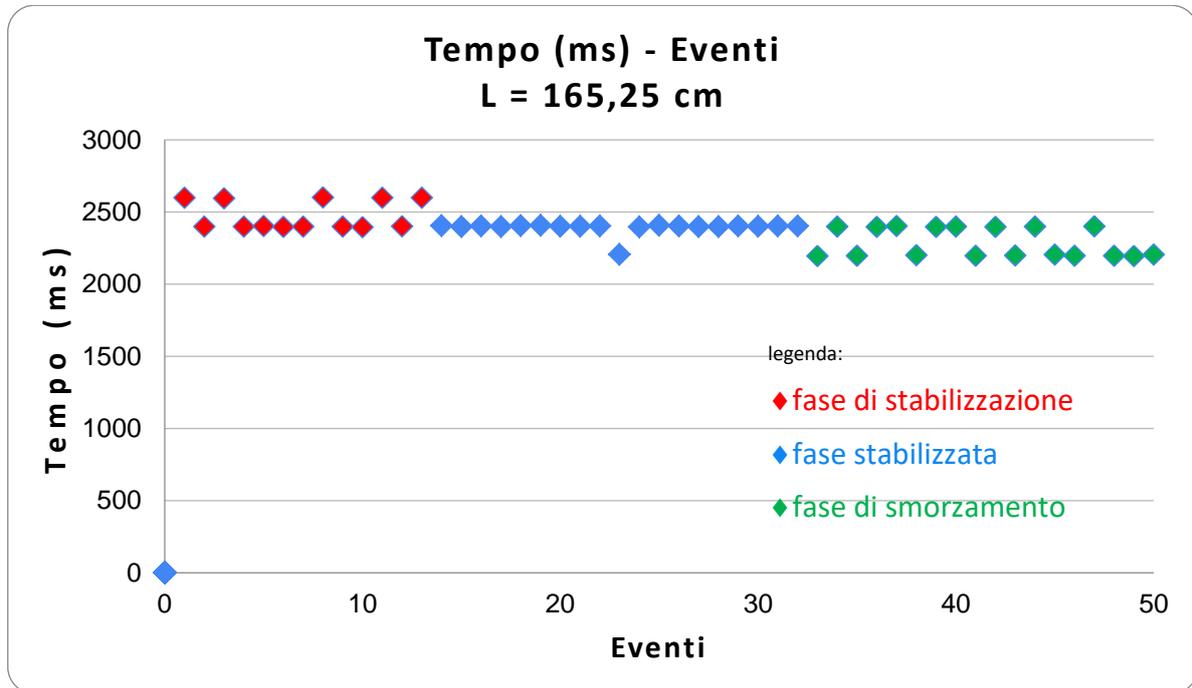


Figura 1

Perciò, abbiamo fatto partire l'oscillazione del pendolo e contemporaneamente abbiamo attivato l'app. Riportiamo sopra (Figura 1) il grafico della rilevazione del periodo in funzione degli eventi a lunghezza fissata L . Come si osserva dal grafico, i valori letti del tempo non sono subito costanti (probabilmente a causa di oscillazioni che inizialmente non sono sullo stesso piano). Dopo le prime 10 o 12 oscillazioni, i tempi rilevati si stabilizzano e solo successivamente, dopo il 32-esimo evento, il tempo ha cominciato a variare nuovamente (forse a causa di fenomeni di smorzamento).

Dopo queste osservazioni abbiamo deciso di:

- fare particolare attenzione alla fase iniziale della misura
- scegliere un numero di letture pari a 20 per ottenere il periodo medio T di oscillazione del pendolo corrispondente alla lunghezza L .

ESPERIMENTO 3 - Misura di g in funzione della lunghezza L

Abbiamo utilizzato pendoli con lunghezze diverse. La lunghezza L del pendolo è stata considerata come la somma della lunghezza del filo, presa con l'uso di un flessometro (di sensibilità 1 mm) e la misura del raggio del pesetto di forma sferica appeso, determinato con un calibro. Abbiamo considerato valori per la lunghezza del filo in un intervallo compreso tra 77,65 cm a 217,75 cm. Raccogliendo i dati in tabelle. Riportiamo di seguito una tabella riassuntiva (Figura 2)

In tabella sono raccolti i dati relativi al periodo medio T in corrispondenza delle varie lunghezze L considerate.

Lunghezza del pendolo L (cm)	Periodo medio T (ms)
217,75	3099,88
194,65	2700,54
172,25	2704,29
163,35	2500,69
142,85	2301,69
123,35	1901,17
109,85	2500,75
77,65	1696,29
115,35	1899,47
132,85	1902,50

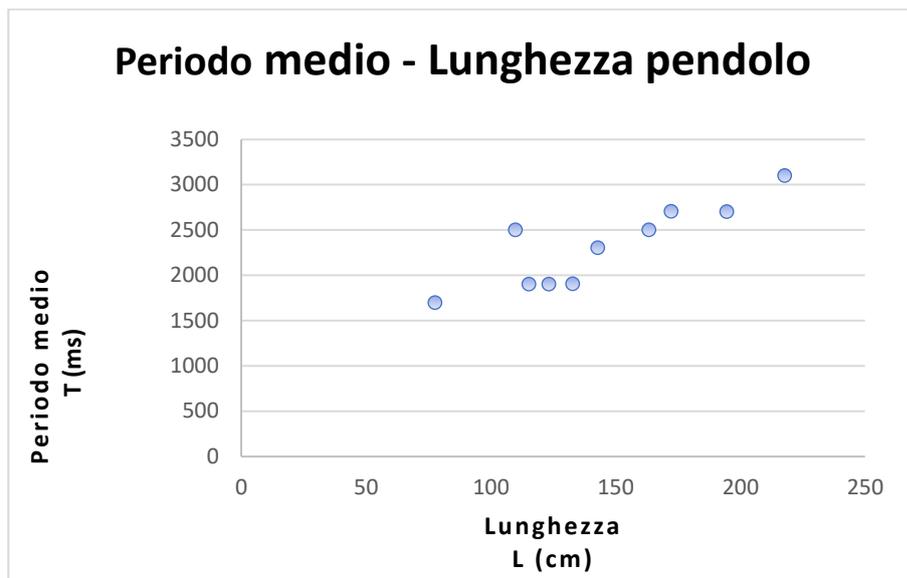


Figura 2

Per ogni lunghezza L del pendolo sono stati presi i semiperiodi, corrispondenti a 20 eventi, e da qui abbiamo ricavato come media il Periodo T corrispondente alla lunghezza L fissata.

Come previsto, il periodo T cambia al variare della lunghezza L .

Cerchiamo di sfruttare questi dati per determinare una stima del valore di g , seguendo percorsi diversi.

METODO 1 - determinazione di g come media

con qualche passaggio algebrico la dipendenza di g dalle grandezze misurate L e T :

$$g = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot L$$

Nella tabella (Figura 3) sono riportati i valori di g calcolati, associati ad ogni lunghezza L e relativo periodo T .

Nell'ultima colonna troviamo il valore medio di g a cui associamo la semidispersione (valore max di - valore min di g)/2

Dalla relazione $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}}$ ricaviamo

Lunghezza del pendolo L (cm)	Periodo medio T (ms)	$g = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot L$ m/s^2	valore medio g (m/s^2)
217,75	3099,88	8,95	10,79
194,65	2700,54	10,54	
172,25	2704,29	9,30	
163,35	2500,69	10,31	
142,85	2301,69	10,65	
123,35	1901,17	13,47	
109,85	2500,75	6,93	
77,65	1696,29	10,65	
115,35	1899,47	12,62	
132,85	1902,50	14,49	

Figura 3

$$g_{medio} = (11 \pm 4) \frac{m}{s^2}$$

$$\varepsilon_{\%} = 38 \%$$

Come si vede rappresenta una approssimazione del valore atteso ($g = 9,81 m/s^2$).

II METODO 2 - g come interpolazione dati

Abbiamo rappresentato opportunamente i dati in modo da ottenere il valore di g attraverso tecniche di interpolazione.

Dalla teoria $L = g \cdot \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2$ come si vede c'è una diretta proporzionalità tra la variabile L e la variabile $\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2$ e la costante di proporzionalità è proprio g . Ne segue che se si rappresenta su un grafico L in funzione della variabile $\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2$, i dati dovrebbero essere rappresentati da una retta passante per l'origine il cui coefficiente angolare dovrebbe essere proprio il valore stimato di g . L'elaborazione è riportata in figura 4. Come si nota dall'interpolazione, il valore ottenuto risulta $g = 9,84 \text{ m/s}^2$.

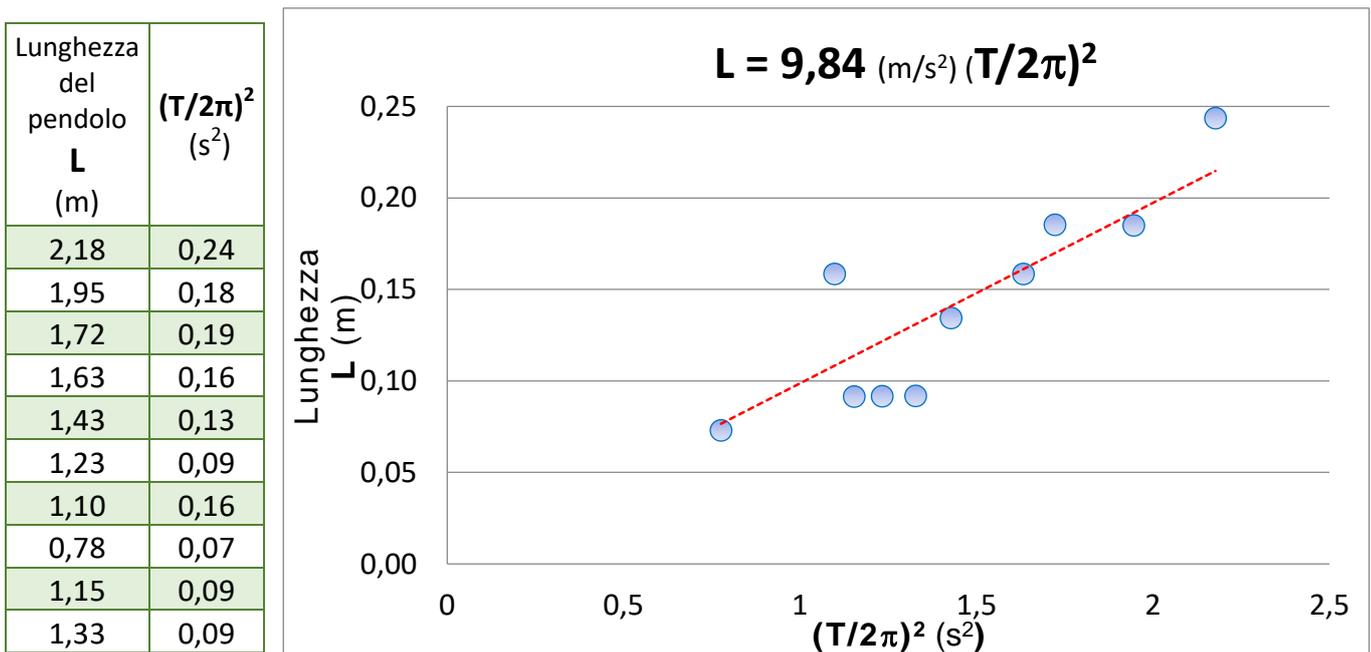


Figura 4

CONFRONTO DEI VALORI DI g OTTENUTO CON I DUE METODI

Riassumiamo e confrontiamo nella successiva griglia, i risultati ottenuti con i due metodi:

	METODO 1	METODO 2
VALORE DI g (m/s²)	10,79	9,84
VALORE DI g ASPETTATO (m/s²)	9,81	9,81
ERRORE RELATIVO ((g ottenuto - g aspettato)/g aspettato)	0,099	0,003
ERRORE PERCENTUALE (errore relativo x 100)	9,9%	0,3%

Come si evince, il valore di g ottenuto con il metodo dell'interpolazione dati è sicuramente migliore. Infatti, i dati si distribuiscono intorno alla retta compensando gli errori casuali a cui sono soggette le singole misure.

OSSERVAZIONE

Abbiamo constatato che, nel percorso reale effettuato dal pendolo che non si svolge mai su un piano (per imperfezioni del setup e del lancio), risulta più difficile prendere la misurazione quando il filo è più lungo, perché la deviazione è maggiore, conseguentemente, è più difficile che il sensore del telefono rilevi il passaggio del pesetto.

CONCLUSIONI

Per effettuare le misurazioni del periodo, del semiperiodo e di g , sono disponibili diverse applicazioni. Alcuni esperimenti sono stati effettuati tramite l'app Phyphox (Android, iOS) mentre altri con Physics Toolbox Suite (Android, iOS). Inizialmente sono state riscontrate diverse difficoltà con entrambe le applicazioni. Si è notato come la funzione *pendolo* di Phyphox risulti essere più problematica in alcuni dispositivi a causa di un bug dell'applicazione. Invece la funzione *cronometro di prossimità* viene influenzata dalla qualità del sensore dello smartphone. Infatti per sensori lenti la precisione risulta peggiore di 1 secondo, mentre per sensori veloci si hanno valori non superiori al decimo di secondo.

Per ciò che riguarda invece l'applicazione Physics Toolbox Suite, sebbene scaricabile su qualsiasi dispositivo, non sempre funziona e l'attendibilità dei risultati è fortemente dipendente dal dispositivo utilizzato. Inoltre, per tale applicazione, abbiamo notato che i dati dei semiperiodi raccolti dall'app assumevano valori discreti che differivano di una quantità sempre di circa 100 ms. Evidenziamo questa peculiarità nelle figure 5 e 6 sotto riportate.

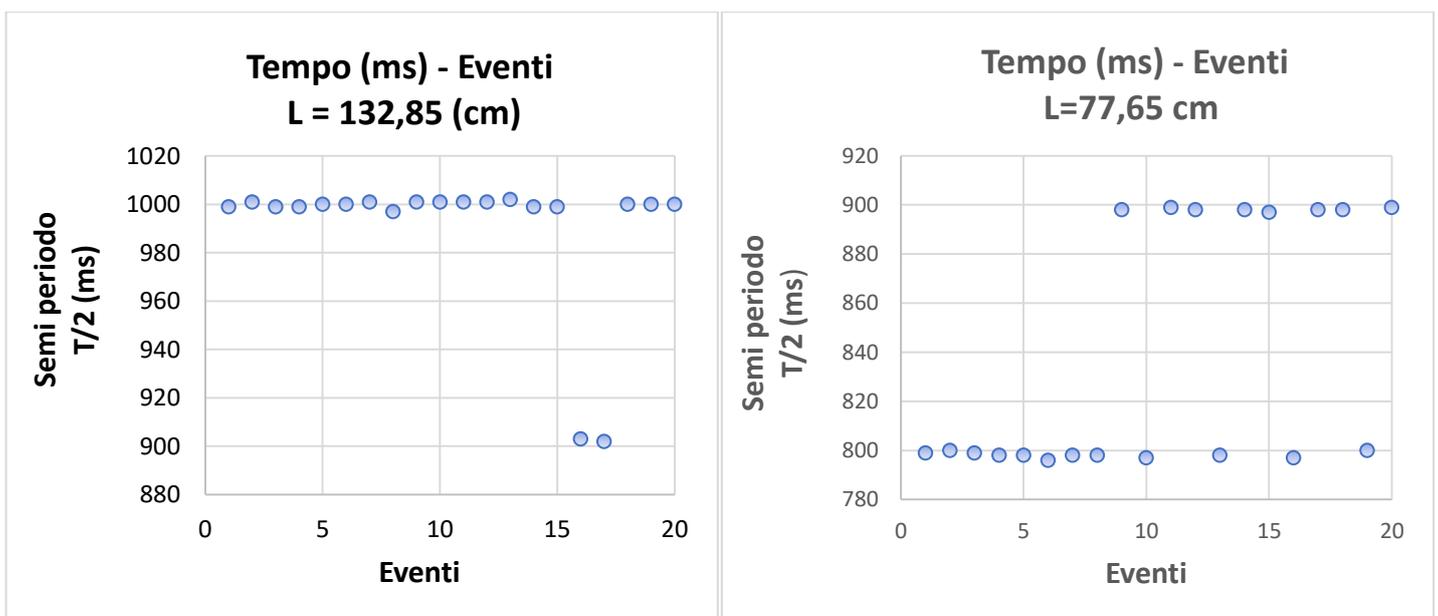


Figura 5

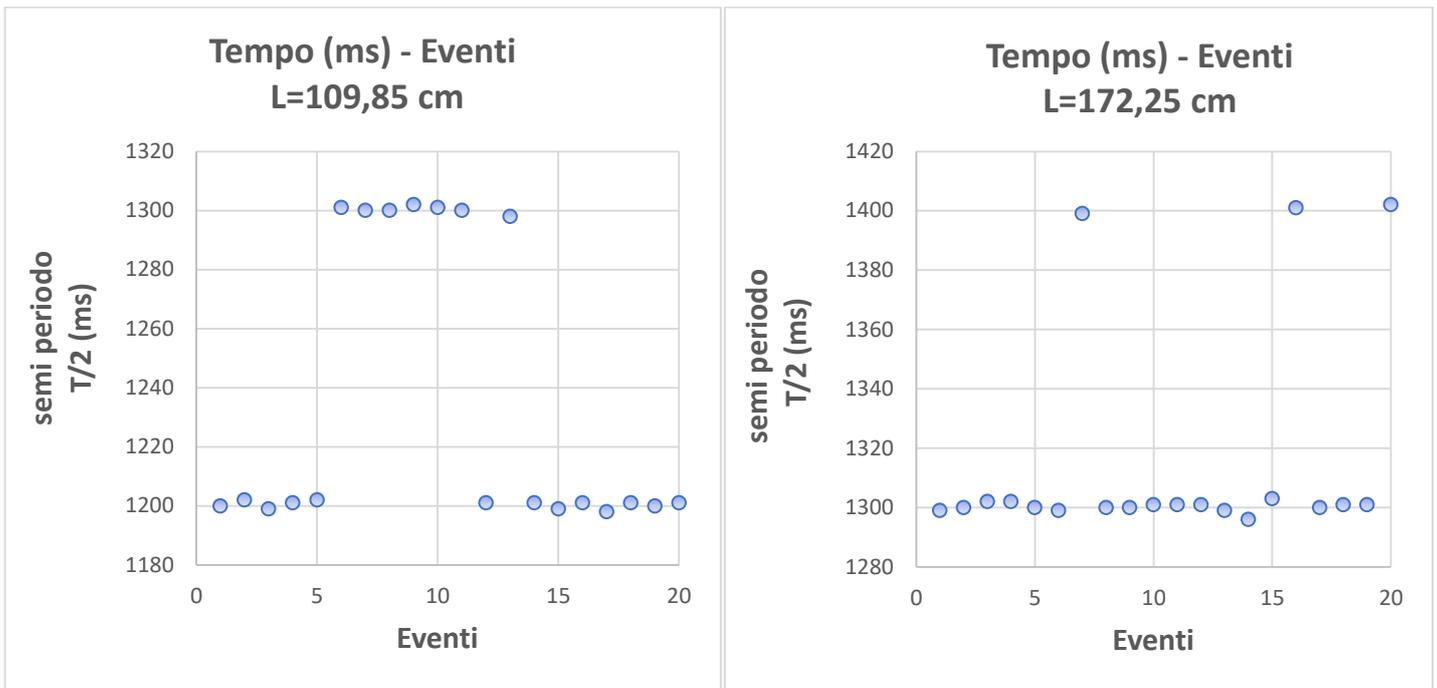


Figura 6

Provando a ripetere le misure con la stessa app scaricata su un altro smartphone i valori variavano discretamente ma tutti di una quantità di circa 30 ms.

La spiegazione che ci siamo dati è che il valore diverso dipende dalla frequenza di lettura dei tempi caratteristica dello smartphone.