

TITOLO CALCOLO DELLA SEZIONE EFFICACE PER IL GUADAGNO DEL F.E.L.-

NOME S. Guiducci,
M. Preger, S. Tazzari

L'espressione che da il guadagno del F.E.L. in funzione dei parametri dell'anello e della cavità ottica è data da:

$$G_0 = 32\sqrt{2} \pi^2 \lambda^{3/2} \lambda_w^{1/2} \frac{K^2}{(1+K^2)^{3/2}} \frac{I_P}{I_A} \frac{1}{\Sigma} N^3 f(x) \quad (1)$$

Per la sua derivazione ed il significato dei simboli si rimanda, per esempio, al lavoro di C. Pellegrini: "The free electron laser: an introduction" presentato al Workshop sui F.E.L. tenuto a Riva del Garda nel Giugno 1979¹.

Nella formula (1) la grandezza Σ rappresenta la sezione trasversa dell'onda elettromagnetica, nelle ipotesi che:

- la distribuzione trasversa della densità dei fotoni sia costante;
- la sezione trasversa Σ sia costante in tutta la zona di interazione tra il fascio di elettroni ed il fascio di fotoni;
- la sezione trasversa del fascio di elettroni sia uguale a quella dei fotoni in tutta la zona di interazione;
- la distribuzione trasversa della densità di elettroni sia costante.

Queste ipotesi non sono, in generale, soddisfatte: la distribuzione della densità di elettroni è gaussiana, ed anche quella del fascio di fotoni è meglio descritta da una gaussiana che da una distribuzione a gradino². La gaussiana è caratterizzata da un parametro (il "waist") w_0 legato alla deviazione standard dalla semplice relazione:

$$w_0 = 2 \sigma_L \quad (2)$$

L'andamento del waist w in una cavità ottica è dato da:

$$w^2 = w_0^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda}{\pi w_0^2} \right)^2 z^2 \right] \quad (3)$$

in cui w_0 è il waist al centro della cavità e λ la lunghezza d'onda caratteristica della cavità laser. w_0 è legato ai parametri della cavità dalla relazione:

$$w_0^2 = \lambda b / 2\pi \quad (4)$$

TITOLO

NOME

calcolo di Σ si riduce cioè alla valutazione dell'integrale:

$$J = \frac{1}{\pi L_w} \int_0^{\frac{L_w}{z}} \frac{dz}{\sqrt{Az^4 + Bz^2 + C}} \quad (9)$$

con:

$$A = \frac{\sigma_{x_0}^2 \sigma_{y_0}^2}{\beta_{x_0}^2 \beta_{y_0}^2} + \frac{4\sigma_{L_0}^2}{b^2} \left(\frac{\sigma_{x_0}^2}{\beta_{x_0}^2} + \frac{\sigma_{y_0}^2}{\beta_{y_0}^2} \right) + \frac{16\sigma_{L_0}^4}{b^4}$$

$$B = \sigma_{x_0}^2 \sigma_{y_0}^2 \left(\frac{1}{\beta_{x_0}^2} + \frac{1}{\beta_{y_0}^2} \right) + \sigma_{L_0}^2 \left(\frac{6\sigma_{x_0}^2}{\beta_{x_0}^2} + \frac{4\sigma_{x_0}^2}{b^2} + \frac{\sigma_{y_0}^2}{\beta_{y_0}^2} + \frac{4\sigma_{y_0}^2}{b^2} \right) + \frac{8\sigma_{L_0}^4}{b^2} \quad (10)$$

$$C = \sigma_{x_0}^2 \sigma_{y_0}^2 + \sigma_{L_0}^2 (\sigma_{x_0}^2 + \sigma_{y_0}^2) + \sigma_{L_0}^4$$

L'integrale (9) è riconducibile ad un integrale ellittico di I^a specie che dipende in modo complicato dai parametri di macchina M , β_{x_0} , β_{y_0} e K e dal waist del laser attraverso il parametro b : è perciò difficile arrivare ad un'ottimizzazione di tutti questi parametri.

E' però facile confrontare diverse strutture ottiche dal punto di vista del guadagno di un F.E.L. installato su di un punto di simmetria: è stato quindi preparato un programma in FORTRAN (riportato in Appendice) che calcola i valori ottimali per il waist e per l'accoppiamento per una data struttura ottica.

A titolo di esempio si sono considerate le strutture presentate in Ref. 3 e 4. Per la prima si è ottenuto:

$$w_0^{\text{opt}} = .236 \text{ mm} \quad K^{\text{opt}} = 0 \quad J = 1.769 \text{ mm}^{-2}$$

Per la struttura presentata in Ref. 4 si ha invece:

$$w_0^{\text{opt}} = .266 \text{ mm} \quad K^{\text{opt}} = .5 \quad J = 1.44 \text{ mm}^{-2}$$

TITOLO

NOME

Si noti che nel primo caso si ha un ottimo per accoppiamento nullo, condizione in pratica non realizzabile. Per il minimo accoppiamento ottenibile in un anello si ha una riduzione di qualche per cento sul valore di J .

Riferimenti

- 1 - C. Pellegrini: "The free electron laser: an introduction" - Workshop held at Riva del Garda (Trento) - June 1979 - G. Scoles Editor.
- 2 - H. Kogelnik and T. Li: "Laser beams and resonators" - Proceedings of the IEEE - Vol. 54, n. 10, October 1966.
- 3 - R. Barbini, G. Vignola: "LELA: a free electron laser experiment in Adone" - LNF 80/12(R), Marzo 1980.
- 4 - S. Guiducci: "Una struttura con $\psi = 0$ per Adone" - Memorandum Interno Adone SM-30.

FTN4, L

PROGRAM LELA1

28/1/1982

C

C QUESTO PROGRAMMA CALCOLA LA SEZIONE EFFICACE PER
C IL GUADAGNO DEL F. E. L.

C

DIMENSION Z2 (100), Z4 (100), EPS (20), S1 (20)
DATA WL/1.16/, AMBDA/5.145E-7/, PI/3.1415927/, N/10/, M/10/
DATA SIG2/5.4756E-8/

C

100 WRITE (1, 100)
FORMAT ("ENTER BETAX0, BETAY0, M IN METRI")
READ (1, *) BX0, BY0, AM
D=WL/100.
S=0.

Z=-D/2.
DO 1 I=1, 100
Z=D+Z

1

Z2 (I)=Z*Z
Z4 (I)=Z2 (I)**2
WRITE (1, 200)

200

FORMAT ("ENTER LIMITI PER IL WAIST IN MILLIMETRI")
READ (1, *) W1, W2
W1=W1/1000.
W2=W2/1000.

210

FORMAT ("ENTER LIMITI PER L'ACCOPIAMENTO TRA Ø E .5")
READ (1, *) EPS1, EPS2
B1=2. *PI*W1*W1/AMBDA
B2=2. *PI*W2*W2/AMBDA
BX2=BX0*BX0
BY2=BY0*BY0
DE=(EPS2-EPS1)/N

30

DO 30 K=1, N+1
EPS (K)=EPS1+(K-1)*DE
DB=(B2-B1)/M
B=B1-DB

250

WRITE (1, 250) (EPS (K), K=1, N+1)
FORMAT (8X, 11F6.3, /)
DO 2 I=1, M+1
B=B+DB
BQ=B*B
DO 3 K=1, N+1
SX2=2. *AM*BX0*(1.-EPS (K))*SIG2
SY2=2. *AM*BY0*EPS (K)*SIG2
SL2=AMBDA*B/(8. *PI)
AA=SX2*SY2/(BX2*BY2)+4. *SL2*(SX2/BX2+SY2/BY2)/BQ+16. *(SL2/BQ)**2
BB=SX2*SY2*(1./BX2+1./BY2)+SX2*SL2*(1./BX2+4./BQ)+SY2*SL2*
\$(1./BY2+4./BQ)+8. *SL2*SL2/BQ
CC=SX2*SY2+SL2*(SX2+SY2)+SL2*SL2

4

S1 (K)=0.
DO 4 J=1, 100
S1 (K)=S1 (K)+1./SQRT (AA*Z4 (J)+BB*Z2 (J)+CC)
S1 (K)=S1 (K)*1E-8/(WL*PI*2.)
IF (S1 (K).LE.S) GO TO 3
S=S1 (K)

3

BRES=B
ERES=EPS (K)
CONTINUE
SL=SQRT (AMBDA*B/(8. *PI))*1000.
WRITE (1, 300) SL, (S1 (K1), K1=1, N+1)

300

FORMAT (2X, 12F6.3)
CONTINUE

2

C

C STAMPA RISULTATI

C

SL=SQRT (AMBDA*BRES/(8. *PI))*1000.
W=SL*2.

400

WRITE (1, 400) S, SL, W, ERES
FORMAT (/, 1X, "S=", F10.3, " SL=", F10.3, " W=", F10.3,
\$ " EPS=", F10.3)

END
END\$