LABORATORI NAZIONALI DI FRASCATI DELL'INFN

DIVISIONE Macchine - MEMORANDUM INTERNO

DATA 25/10/84 | Pag. 1

Gruppo e Numero G - 54

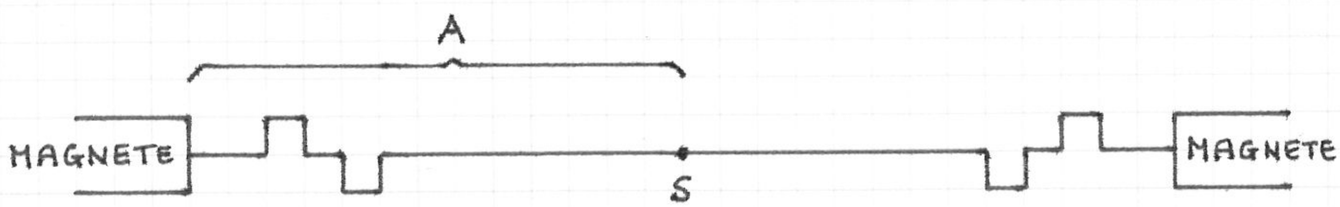
TITOLO Condizioni per la correlazione energia-posizione in una sezione dispersiva di un anello di accumulazione.

NOME M. Preger

E' stato recentemente proposto di migliorare la monocromaticità di un fascio di fotoni ottenuto dal backscattering di un fascio laser su di un fascio di elettroni di un anello di accumulazione (tipo LADON) mediante la realizzazione di una inserzione ad alta dispersione, in modo da selezionare (tramite le ridotte dimensioni del fascio laser) una "finestra" nella distribuzione di energia del fascio di elettroni.

La realizzabilità di questa selezione è naturalmente legata alla condizione che la dimensione di betatrone (cioè quella caratteristica di un fascio monocromatico) sia dell'ordine di quella del fascio laser, e quindi molto minore di quella dovuta alla dispersione in energia. Dal momento che la funzione di betatrone radiale e la funzione di dispersione sono correlate attraverso i valori delle matrici di trasferimento, è possibile definire le condizioni per la realizzabilità dell'inserzione dispersiva.

Supponiamo che l'inserzione dispersiva sia simmetrica rispetto al suo centro S (in modo da annullare la derivata della dispersione nella sezione dritta di interazione tra il fascio laser e quello di elettroni), e che consista di una successsione di tratti dritti e quadrupoli tra due magneti simmetrici rispetto ad S



Indichiamo con α_M, β_M, γ_M, η_M, η'_M le funzioni di Twiss, la dispersione e la sua derivata all'uscita del magnete, con A la matrice di trasferimento radiale dall'uscita del magnete al centro della sezione dritta e con a_{ik} i suoi elementi. Detto η_S il valore della dispersione che si intende realizzare al centro della sezione dritta, le condizioni da soddisfare sono:

a) $\eta = \eta_S$ al centro della sezione dritta dispersiva

b) $\eta'_S = 0$ per la simmetria dell'inserzione

c) $\alpha_S = 0$ per la simmetria dell'inserzione (1)

d) Det A $= 1$

Queste condizioni determinano univocamente i valori della matrice A attraverso il sistema di 4 equazioni in 4 incognite

$$\begin{cases} a_{11}\eta_M + a_{12}\eta'_M = \eta_S \\ a_{21}\eta_M + a_{22}\eta'_M = 0 \\ (1+2a_{12}a_{21})\alpha_M - a_{11}a_{21}\beta_M - a_{12}a_{22}\gamma_M = 0 \\ a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 1 \end{cases} \tag{2}$$

la cui soluzione è data dalla matrice:

$$A = \begin{vmatrix} \frac{\eta_S}{\eta_M}(1-C_M\eta'_M) & \eta_S C_M \\ -\frac{\eta'_M}{\eta_S} & \frac{\eta_M}{\eta_S} \end{vmatrix} \tag{3}$$

in cui C_M è una costante legata unicamente alle funzioni ottiche all'uscita del magnete

$$C_M = \frac{\alpha_M\eta_M + \beta_M\eta'_M}{\gamma_M\eta_M^2 + 2\alpha_M\eta_M\eta'_M + \beta_M\eta'^2_M} \tag{4}$$

Dalla matrice A si ricava il valore della funzione di betatrone radiale β_S al centro della sezione dritta. Indicata con D_M un'altra costante dipendente solo dalle funzione ottiche all'uscita del magnete

$$D_M = \frac{(1-C_M\eta'_M)^2}{\eta_M^2}\beta_M - \frac{2C_M}{\eta_M}(1-C_M\eta'_M)\alpha_M + C_M^2\gamma_M = \\ = (\gamma_M\eta_M^2 + 2\alpha_M\eta_M\eta'_M + \beta_M\eta'^2_M)^{-1} \tag{5}$$

si ha la semplice relazione quadratica

$$\beta_S = D_M\eta_S^2 \tag{6}$$

La dimensione radiale del fascio al centro della sezione dritta dispersiva è data dall'espressione:

$$\sigma_x^2 = \sigma_p^2 \left(2M\beta_s + \eta_s^2 \right) = \sigma_p^2 \eta_s^2 \left(2M D_M + 1 \right) \tag{7}$$

dove il primo termine nella parentesi rappresenta il contributo dell'oscillazione di betatrone, e quindi la larghezza di un fascio monocromatico, mentre il secondo indica il contributo della dispersione energetica. Per poter selezionare una finestra nella distribuzione energetica mediante la risoluzione spaziale si deve avere allora:

$$D_M \ll \frac{1}{2M} \tag{8}$$

Il parametro M è legato all'emittanza radiale della macchina ε_x dalla relazione:

$$2M\sigma_p^2 = \varepsilon_x \tag{9}$$

ed il suo valore si ottiene calcolando il valore medio della funzione

$$W(s) = \gamma(s)\,\eta^2(s) + 2\alpha(s)\,\eta(s)\,\eta'(s) + \beta(s)\,\eta'^2(s) \tag{10}$$

(in cui s è l'ascissa lungo l'orbita ideale del fascio) nei magneti curvanti dell'anello. Si vede dalla (5) che D_M è uguale all'inverso di $W(s)$ all'uscita del magnete, e che quindi, per realizzare la condizione (8), occorre immaginare una struttura ottica in cui la funzione $W(s)$ assuma all'uscita del magnete un valore molto maggiore di quello della sua media nel magnete stesso. Una soluzione (piuttosto complicata) del problema potrebbe essere quella di un'inserzione comprendente un certo numero di magneti dell'anello.

ESEMPIO 1 - ESRP

$\beta_M = 1.548$ $\alpha_M = -.787$ $\gamma_M = 1.046$ $\eta_M = .096$ $\eta'_M = .098$ $C_M = 7.852$

$D_M = 103.1$ 1/2M = 127.9 W(inizio magnete) = 0 W(fine magnete) = .0097

ESEMPIO 2 - ADONE

$\beta_M = 3.976$ $\alpha_M = -.268$ $\gamma_M = .269$ $\eta_M = 1.22$ $\eta'_M = .235$ $C_M = 1.30$

$D_M = 2.14$ 1/2M = 1.39 W(inizio magnete) = W(fine magnete) = .46 W(centro mag.) = .31